

1 引言

针对一直有争议的引力问题进行分析、求证,给出相应的结论.万有引力定律认为万物自身有相互的引力,其力度是随物体的质量、距离的变化而变化的^{[1][2]};而广义相对论将物体间的力描写为时空扭曲而至,是一种几何效应^[3].根据这两个结论的不同,从物质原始状态出发,给出了关于空间物体以转动惯量为特征的自然进化原理,通过对地球、月球这个典型系统的分析证明了结论的正确性.

2 原理

空间物体从微、小至星球、星系都在有规律地运动中,这个规律是以物体的转动惯量为特征自然形成的惯性系统,可由一个概念积分式来描述这个进化过程:

$$\int_{t=0}^{t=t} \int_{o=0}^{o=o} \int_{m=0}^{m=m} I(t, o, m) dt do dm$$

I 为转动惯量,表示物体具有的惯动能力.

t :表示 I 从微、小至星球一直持续至今的时间长度;

o :为 I 的惯动轨迹,物体本能的一直匀速、自然地在空间运行,只在空间介质密度使其完全能够平衡的空间处形成一有继承性的圆形旋转轨迹,是因为这时其已经平衡且空间各方向的介质都相同所至,而在这个轨迹行进中由于惯性动量的作用,将在其周边以空间介质为媒介持续地产生介质旋流,该旋流将与周边与之有相同性质的物体产生关联,如两者同向旋转,在旋流的作用下两个物体互相产生相应的转角加速度逐渐形成新的轨迹,即由于互相的惯性旋流使物体相互产生了对应的加速作用,原本匀速运动物体被动地获得角加速度.根据刚体力矩定义^[4]:

$$M(\text{力矩}) = I(\text{转动惯量}) \times \alpha(\text{角加速度})$$

即在转动物体周边产生了空间介质力矩,称为惯介力矩.其力度由介质密度、 I 的大小和其运行速度所决定,关联的紧密度由相互之间的距离、转轴的相对应的角度所决定.对于有关联的物体,由于前次的惯性及关联的惯介力矩的作用所以本次继承前次轨迹是其自然的属性. I 有强弱之分,因为不是刚性连接所以其另一个功能是强者逐渐通过惯介力矩归并弱者为一体. m :是质量随时间变化的情况,也就是 I 的变化情况. I 运动产生的惯介力矩可对所关联的物体进行归并后增加质量、惯量,同时因为外部惯介力矩及本身的惯性力共同作用,使其逐渐形成类球体形状,当归并多个物体后逐渐积累压紧压实直至产生高热发光散发热能.

由上可知,具有 I 能力的物体自身总是自然匀速运动不耗能,而且产生的惯介力是其匀速运与其他物体惯介力互动的产物,但确成了其归并其他物体而壮大自身的手段.对惯介力矩可以根据广义相对论所证的远恒星的光经太阳时产生偏折是太阳质量造成时空扭曲的抽象形容为证,说明空间介质具有在使惯性物体平衡同时向外产生有向旋流的惯介力.

显然,以转动惯量列出平衡方程可以求出两物体间的平衡点,由此导出两物体间关联程度、相应的轨迹、内在特征.下面对质量为 M 、 m 的两个星体(将其理想化为实球刚体),列出平衡方程、解出平衡点并给出其相关的应用.

3 平衡方程

设两个空间星体质量分别为 M 、 m , M 、 m 之间的距离为 p , M 、 m 质心至平衡点的距离为 H 、 h , $p=H+h$, 根据实刚球转动惯量式^[5]和转动惯量平行轴原理^[6]有:

$$(IC+IH)T \times J = (ic+ih)t \times j$$

其中, IC 、 ic 为 M 、 m 对其自身质心的球体转动惯量;

IH 、 ih 为 M 、 m 质心至平衡点的平行轴转动惯量;

T 、 t 为在一给定周期内, M 、 m 转动的角度;

J、j 为 M、m 的自转轴与两者直线平面的法线形成角度函数.

代入变量则有

$$2MR^2/5+MH^2=(2mr^2/5+mh^2)t\times j/(T\times J)$$

将已知数据值进行等价代入以约简该方程, 若 $M=x\times m, R=y\times r, z=t\times j/(T\times J)$ 并代入 $h=p-H$:

$$2(x\times m)(y\times r)^2+5(xm)H^2=2mr^2z+5mz(p^2-2pH+H^2)$$

约去 m 并展开括号后并项得:

$$5(x-z)H^2+10zpH+2(x y^2-z)r^2-5zp^2$$

对此一元二次方程按求根公式

$$a=5(x-z) \quad b=10 z p \quad c=2(x y^2-z)r^2-5 z p^2 \quad (1)$$

由判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 得以下结论:

$\Delta < 0$ 没有实根, m 在 M 体内, 不会出现;

$\Delta = 0$ 两个根重叠, 根示 M 只在其质心处转动, 平衡范围是一个点;

$\Delta > 0$ 正、负根给出了 M 与 m 的正、负二点所划出平衡范围, M 是在一个平衡范围内转动.

由此可解出平衡点 H1 和 H2, 得到关于两物体的各种应用, 见下面证例.

4 地球、月球惯动系统证例

针对地球、月球这个典型的系统, 列出平衡方程, 求出平衡点, 以此给出地对月的运行轨迹、刚惯量与介惯量的比例系数、以及月、地各自的重力加速度值.

4.1 确定地、月轨迹

地、月系统的平衡点域在地、月直线距离(白道)^[7]中的一个动态的点域(待求), 该点是两者惯介力矩的动态平衡点, 也是地月系统对太阳系进行平衡的共同点.

设 M、m 为地、月质量, H、h 为地、月质心至平衡点的距离, p(地、月平均距离)=H+h, 由于在地、月系统中一个周期 27.32 天中, 地、月转的角度是 $27.32 \times 2\pi$ 、 2π , 则

$$T=27.32 \times 2\pi, t=2\pi,$$

地、月自转轴与地、月直线距离平面的法线的交角范围 $18.5^\circ \sim 28.5^\circ$ 、 $3.69^\circ \sim 6.69^\circ$, 取值 27° 、 6° , 地、月自转轴在 cos 的斜边, 有

$$J=1/\cos(27^\circ), j=1/\cos(6^\circ), \text{ 则}$$

$$\begin{aligned} z &= t \times j / (T \times J) = 2\pi \times \cos(27^\circ) / (27.32 \times 2\pi \times \cos(6^\circ)) \\ &= \cos(27^\circ) / (27.32 \times \cos(6^\circ)) = 0.032797. \end{aligned}$$

给出已知的地月质量、半径的比例: $M=81.3m$ 、 $R=3.66r$ 和月球半径 $r=1737$, 地月平均距离 $p=384748$ (数据来自国家地球系统科学数据中心, 距离为 km, 重量为 kg, 下同). 将上述比例数据 $x=81.3$, $y=3.66$ 代入(1)式:

$$a=5(x-z)=5 \times (81.3-0.032797)=406.33$$

$$b=10 \times 0.032797 \times 384748=126185.8$$

$$\begin{aligned} c &= 2(81.3 \times (3.66)^2 - 0.032797)(1737)^2 - 5 \times 0.032797 \times (384748)^2 \\ &= 6571571992.4 - 24274867390 = -17703295396 \end{aligned}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 28789867809726, \sqrt{\Delta} = 5365619, \text{ 地球至平衡点距离}$$

$$H1 = (-b + 5365619) / (2 \times a) = 6447.69$$

$$H2 = (-b - 5365619) / (2 \times a) = -6757.71$$

则有月球至平衡点的距离

$$h1 = 384748 - 6447.69 = 378301.31$$

$$h2 = 384748 - (-6757.71) = 391505.71$$

得月对地的平衡比例值

$$k1=h1/H1=378301.31/6447.96=58.68$$

$$k2=391505.71/(-1)6757.71=-57.93$$

由此比例值计算出地绕月(以月为参照系)公转的轨道的椭圆平均正向、负向长半轴

$$g_+=p(\text{月平均长半轴})/k1=384748/58.68=6556.54 \quad (2)$$

$$g_-=p/k2=-6641.6 \quad (3)$$

由此得地对月公转轨迹示意图, 见图 1.

4.2 确定月轨迹刚性惯量与介质惯量之比

通过月对地实测近、远地点与刚性(理想)近、远地点的距离进行比较可得出刚性惯量与惯介惯量关联程度的比值. 以远地点为例:

$$\text{实测远地点}-\text{实测平均值}=406731-384748=21983$$

而由图 1 可知, 刚性的总偏心长度为

$$|g_+|+|g_-|=6556.5+6641.6=13198.1$$

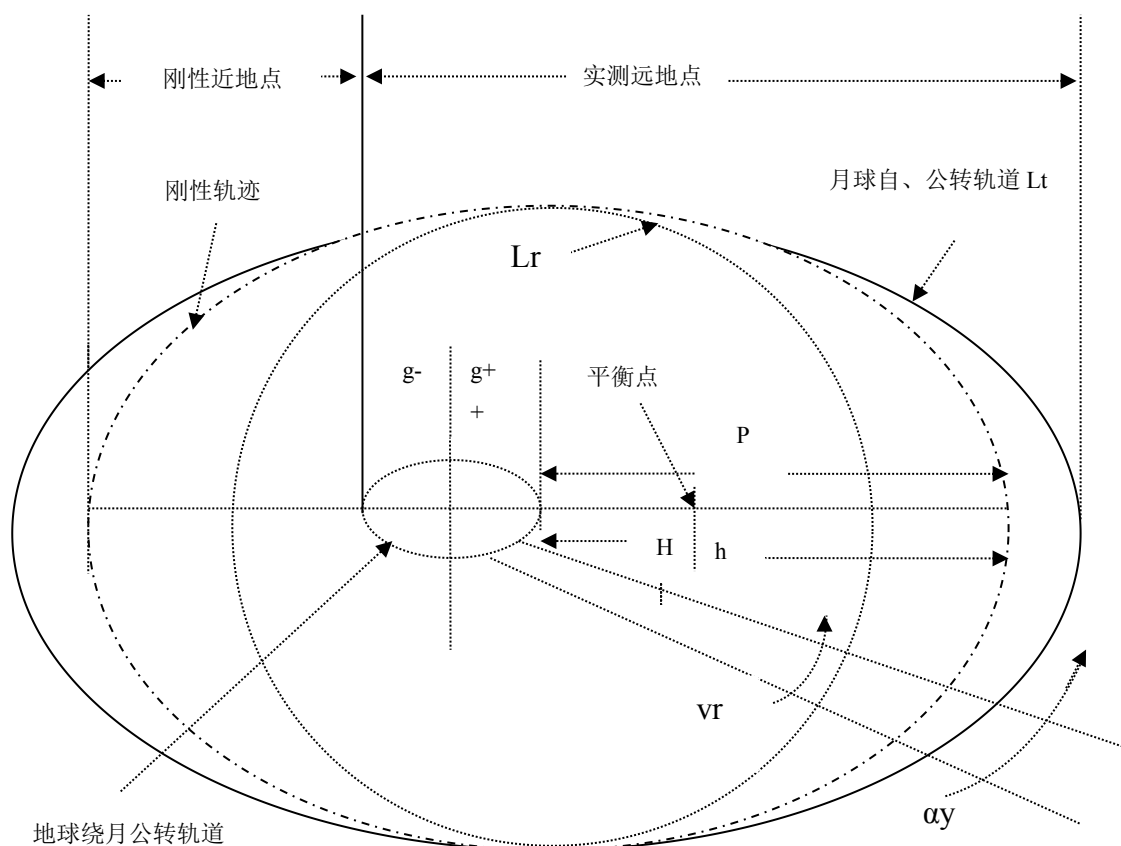


图 1 地球绕月球公转和月球自、公转的轨迹示意图

Fig. 1 Schematic of the Earth's revolution around the moon and its trajectory

两者比值

$$j=13198.1/21983=0.600377$$

j 是判定惯介力矩与理论刚性力矩之间的差距, 该值越大(越接近 1)关联程度越好, 图 1 中外圈

为实测轨迹而内圈虚线为刚性轨迹.

4.3 在月地系统中月、地的重力加速度

在对被测物体 m 进行重力加速度测试时, 惯性系统对 m 的所有惯性力都作用之上, 但当测试人员松手时, m 只失去了月、地的加速度 α_y 、 α_d , m 将被月、地以此加速度撞上, 这就是地、月重力加速度的理论来源, 这个加速度的值是由其月、地系统和月地、日系统的两个椭圆轨道所共同决定的.

4.3.1 计算月地系统中月球重力加速度

如图 1 所示月球的轨道, 以短半轴 b 为半径的圆是月球匀速运动的长度, 而整个椭圆周长减去圆周长则是加速度的长度. 给出月球平均加速度的计算方法:

取月球轨道的偏心率 $e=0.0549$, 有 $b=\sqrt{1-e \times e}$, $a-b=a(1-\sqrt{1-e \times e})$, 而

$(1-\sqrt{1-e \times e})=0.0015081$, 月轨的长半轴 $a=384748$. 见图 1 的标示, 在同一时间内 α_y

是在 v_r (匀速) 之上的一个加速度, 设椭圆周长为 L_t , 圆周长为 L_r , 周期 T 为 $(27.32(\text{天}) \times 86164(1 \text{ 天的秒数}))$ 则有

$$\begin{aligned} \alpha_y &= (L_t - L_r) / T = (2\pi b + 4(a-b)) - 2\pi b = 4(a-b) / T = 4a(1-\sqrt{1-e \times e}) / T \\ &= (4 \times 384748 \times 0.00150814) / (27.32 \times 86164) = 0.985987 \text{ 米/秒}^2 \quad (4) \end{aligned}$$

该值只是月、地系统中月球的重力加速度.

4.3.2 计算月地系统中地球的重力加速度

首先要确定地球的自转轨迹, 因为月球公、自转同步一次完成, 所以从平衡关系上给出地球一定要与之对应的定论, 若以月球为参照系则地球对月球的公转与自转轨迹相同. 将一个月的公转轨迹分为 27.32 个位点, 在每个位点上实现一次与公转轨迹完全同形的自转, 由 (2) 和 (3) 式求出自转椭圆的半长轴平均值 a_d :

$$a_d = (|g_+| + |g_-|) / 2 = (6556.7 + 6641.60) / 2 = 6599.15$$

其二要从地球以月球为参照系对月球公转的轨道上考虑, 即每个公转周期在公转轨道上有 27.32 个 a_d 出现, 而在半个公转周期有 27.32/2 个出现 (等效为一个长半轴 a), 以此来求加速度, 见图 2 (图中只给出半个长轴, 的另一半与之对应相同) 所示, 根据图中将公转轨道上由自转的半长轴加长之后的等效关系 (实际上是动态地以 a_d 的长度一步步 (共 13.66 步) 展开成一个大椭圆轨迹), 则 a (大椭圆长半轴) = $a_d \times 27.32 / 2 = a_d \times 13.66$, 大椭圆偏心率与月球的相同, 有 $e=0.0549$, $(1-\sqrt{1-e \times e})=0.001508$, 参见图 2, 则

$$\begin{aligned} \alpha_d &= (L_t - L_r) / T (\text{地球自转一周期的时长}) \\ &= (2b\pi + 4 \times a(1-\sqrt{1-e \times e})) - 2b\pi / T \\ &= 4(6599.16 \times 13.66 \times 0.001508) / 86164 = 6.3 \text{ 米/秒}^2 \quad (5) \end{aligned}$$

该值只是月、地系统中地球的重力加速度.

5 地月系统对太阳系统的轨道

地月系统对太阳系的数据中可直接得到地球与太阳近、远和平均距离的数据, 地球至太阳直线平均距离 149597870、轨道偏心率 $e=0.0167$, 经计算 $1-\sqrt{1-e \times e}=0.00013945$, $T=365.256(1 \text{ 年的天数}) \times 86164(1 \text{ 天的秒数})=31471917.984$. 参照月、地加速度求法, 太阳系对地球的加速度为

$$\alpha_t = (4 \times 149597870 \times 0.00013945) / 31471917.984 \\ = 2.6515 \text{ 米/秒}^2$$

这个加速度 α_t 与地、月系统中地球的重力加速度 α_d (式(5)) 是叠加关系, 叠加后地球的重力加速度 α_{dt} :

$$\alpha_{dt} = \alpha_d + \alpha_t = 6.3 \text{ 米/秒}^2 + 2.6515 \text{ 米/秒}^2 = 8.9515 \text{ 米/秒}^2$$

因地月系统中两者的互动轨道有对应关系则两者互动的加速度也有对应关系, 用两者地、月系统中的加速度之比 $k_t = \alpha_y / \alpha_d$ 作为互动的加速度比 (见式(4)、(5)), 可以求出日、地月轨道对月球的加速度的增加值 Δy_t :

$$\Delta y_t = \alpha_t \times k_t = \alpha_t \times (\alpha_y / \alpha_d) \\ = 2.6515 \text{ 米/秒}^2 \times (0.98598 / 6.3) = 0.41497 \text{ 米/秒}^2$$

则叠加后月球的重力加速度是:

$$\alpha_{yt} = \alpha_y + \Delta y_t = 0.98598 + 0.41497 = 1.40095 \text{ 米/秒}^2$$

实际测量值与 α_{dt} 、 α_{yt} 的差值为:

$$9.81 \text{ 米/秒}^2 - \alpha_{dt} = 9.81 - 8.9515 = 0.8585 \text{ 米/秒}^2;$$

$$1.63 \text{ 米/秒}^2 - \alpha_{yt} = 1.63 - 1.40095 = 0.2290 \text{ 米/秒}^2$$

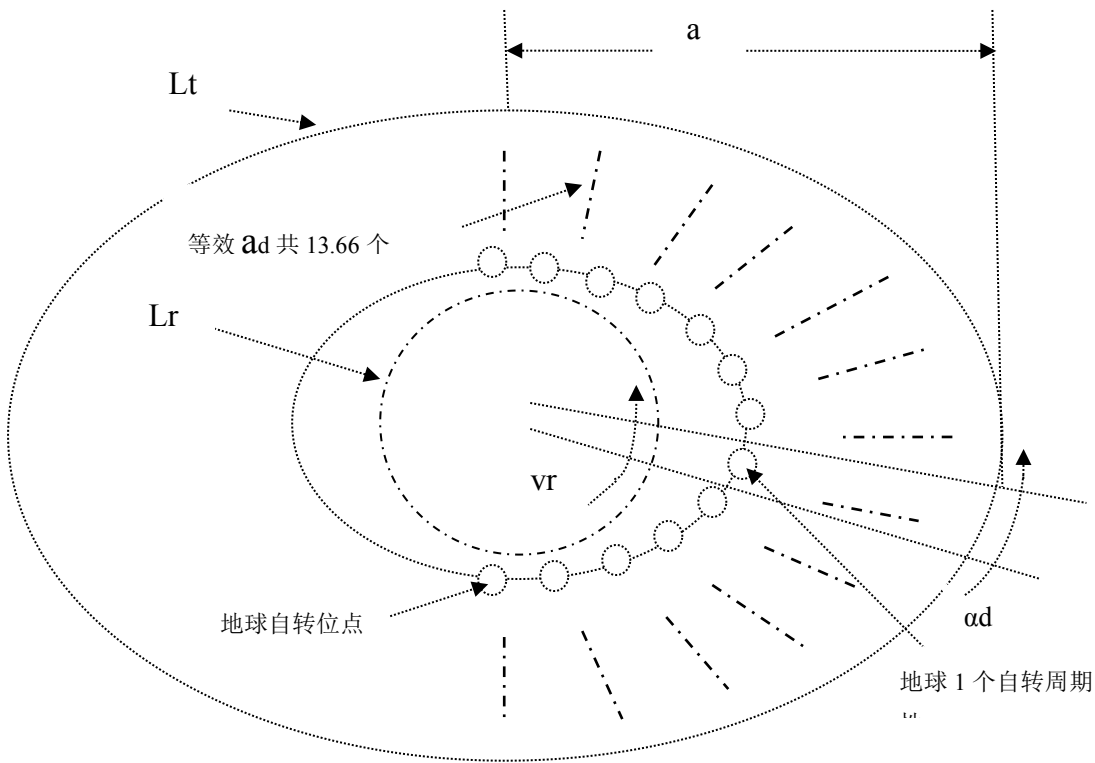


图 2 地球绕月球公转轨道等效示意图

Fig. 2 Equivalent schematic of the Earth's orbit around the Moon

该差值应来自上层, 根据惯性系统的平衡条件, 本体系的上层星系的轨道偏心率必须小于本体系的偏心率, 相对的星系(体)质量越大、转动惯量越大就越稳定且轨道偏心率越小, 从月、地、日的比例关系可得出, 层次叠加越多的重力加速度将明显越小, 所以来自上层(日、银河

系统)重力加速度应远小于本层(日、地月系统)重力加速度(2.6515 米/秒^2),这与实际测量值基本相符合.

6 结束语

综上述,用时间、轨迹、质量三个要素论述了星体转动惯量特征,指出星体有规律旋转是长期延续的惯量的惯性作用,而绕行旋转是两星体相互的惯介力矩所至,就此给出了转动惯量平衡方程,以月、地真实数据求出地球绕月的公、自转轨迹并以此求地、月相应重力加速度,类似地通过日、地月轨道给出日对地、月的相应重力加速度.由此证明超距力不存在的结论的正确性.该方法可推广至太阳系各星球的分析.

参考文献:

- [1] 徐仁新. 天文学报, 2021, (1) 112-119
- [2] 刘欣. 天文学报, 2023, (4) 70-90
- [3] 刘佳成. 天文学报, 2013, (6) 581-583
- [4] 李小芳. 长春工业大学学报, 2019, (4) 378-382
- [5] 赵诗艺. 物理学报, 2021, (22) 12-14
- [6] 汪洪. 大学物理, 2020, (5) 66-69
- [7] 辛科霆. 天文学报, 2023, (4) 103-126